

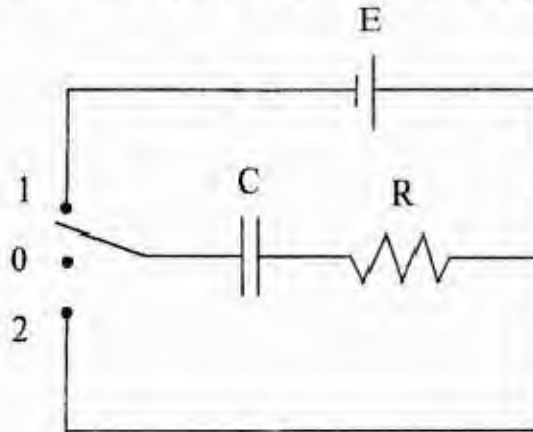
شحن وتفريغ مكثف عبر مقاومة

CHAPITRE VI : CHARGE ET DECHARGE D'UN CONDENSATEUR A TRAVERS UNE RESISTANCE

دائرة شحن وتفريغ مكثف

1 CIRCUIT DE CHARGE ET DE DECHARGE D'UN CONDENSATEUR

Considérons un circuit comportant : un générateur de force électromotrice E , un condensateur de capacité C , une résistance R et un interrupteur à 3 positions (voir figure).



L'objectif est la recherche de la loi d'évolution de la charge du condensateur durant les phases de charge et de décharge à travers la résistance R .

شحن مكثف

2 CHARGE DU CONDENSATEUR

A l'instant $t=0$, on place l'interrupteur sur la position 1 ; on charge ainsi le condensateur pendant un temps t . Cherchons alors la loi d'évolution $q(t)$ de la charge du condensateur et traçons la courbe $q(t)$.

2.1 Loi d'évolution $q(t)$ de la charge du condensateur

A l'instant t la d.d.p. V aux bornes de C est liée à la charge q par l'égalité : $q = CV$. La loi d'Ohm généralisée s'écrit :

$$E = Ri + V = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

Donc :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$$

C'est une équation différentielle du premier ordre avec second membre. La solution d'une telle équation est la somme de deux solutions, une solution particulière $q=CE$ et une solution générale sans second membre :

$$q = A \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

Soit la solution générale :

$$q(t) = A \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + CE$$

où A est une constante qu'on détermine à partir des conditions initiales :

à $t=0$, $q=0$ d'où $A=-CE$

D'où

$$q(t) = CE \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right)$$

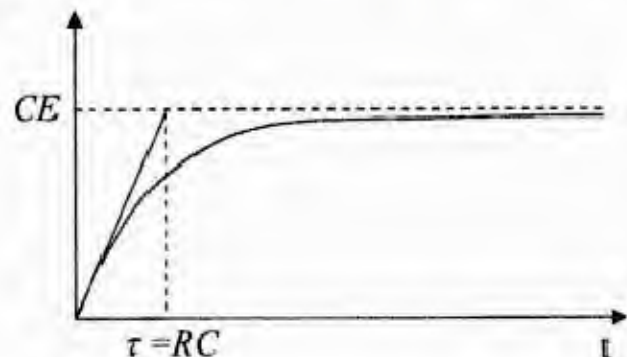
2.2 Représentation graphique de $q(t)$

Lorsque $t=0$, $q=0$.

Lorsque $t \rightarrow \infty$, $q \rightarrow CE$. La courbe représentative admet pour asymptote la droite d'équation : $q=CE$.

L'équation de la droite passant par l'origine et tangente à la courbe est donnée par :

$$q = \frac{CE}{RC}t = \frac{E}{R}t$$



La constante $\tau = RC$, homogène à un temps, est la constante de temps du circuit. C'est l'abscisse du point d'intersection de la tangente en 0 à la courbe $q(t)$ avec l'asymptote CE .

2.3 Loi d'évolution de l'intensité $i(t)$

A l'instant t , l'intensité du courant dans le circuit est donnée par :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

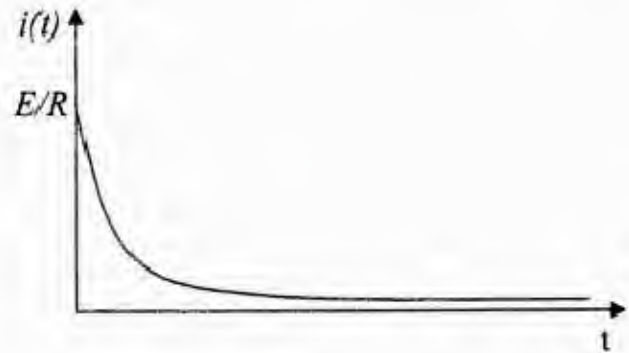
Soit

$$i(t) = \frac{E}{R} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

2.4 Représentation graphique de $i(t)$

Lorsque $t=0$, $i = E/R$

Lorsque $t \rightarrow \infty$, $i \rightarrow 0$. La valeur minimale $i=0$ est atteinte asymptotiquement



3 DECHARGE DU CONDENSATEUR

A l'instant $t_2 \gg t_1$ on déplace l'interrupteur sur la position 2. On suppose dans ce cas que le condensateur est complètement chargée. Cette charge est :

$$q_0 = CE$$

3.1 Loi d'évolution $q(t)$ de la décharge du condensateur

A un instant t , la loi généralisée d'Ohm s'écrit :

$$-V + Ri = 0 \quad \text{avec} \quad V = \frac{q}{C} \quad \text{et} \quad i = -\frac{dq}{dt}$$

Le signe '-' dans l'expression de i vient du fait que la quantité dq est négative « le condensateur se décharge ».

Il vient :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = 0$$

C'est l'équation différentielle qui régit l'évolution de la charge q du condensateur C . Sa solution est de la forme

$$q(t) = B \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

B une constante qu'on détermine à partir des conditions initiales.

A $t=0$, $q_0 = CE$ et $B = CE$

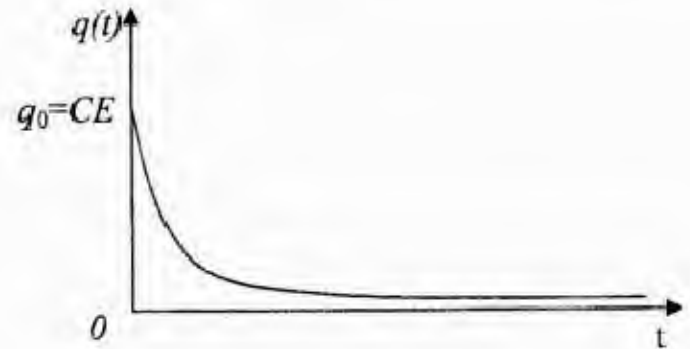
soit

$$q(t) = q_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) = CE \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

3.2 Représentation graphique de $q(t)$

Lorsque $t=0$, $q = CE$

Lorsque $t \rightarrow \infty$, $q \rightarrow 0$. La valeur minimale $q=0$ est atteinte asymptotiquement.



3.3 Loi d'évolution de l'intensité $i(t)$

$$i = \frac{dq}{dt}$$

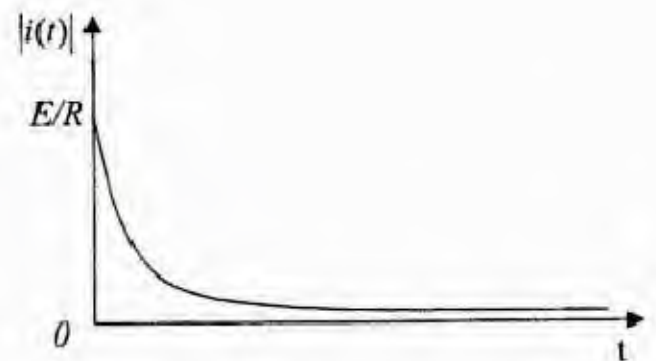
soit

$$i(t) = -\frac{q_0}{RC} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) = -\frac{E}{R} \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

3.4 Représentation graphique de $i(t)$

Lorsque $t=0$, $|i| = E/R$

Lorsque $t \rightarrow \infty$, $i \rightarrow 0$. La valeur minimale $|i| = 0$ est atteinte asymptotiquement.



4 CAS D'UNE CHARGE PARTIELLE SUIVI D'UNE DECHARGE

Soit t_1 le temps au bout duquel la charge q atteint sa valeur $q_1 < CE$ (charge partielle de C). La charge q_1 est telle que :

$$q_1 = CE(1 - \exp(-\frac{t_1}{RC}))$$

A cet instant t_1 , on déplace l'interrupteur sur la position 2 ; on décharge ainsi le condensateur dans la résistance R.

A un instant t , la loi généralisée d'Ohm s'écrit :

$$V - Ri = 0 \quad \text{avec} \quad V = \frac{q}{C} \quad \text{et} \quad i = -\frac{dq}{dt}$$

Il vient :

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC} q = 0$$

La solution est de la forme

$$q(t) = B \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

où t est compté à partir de l'instant t_1 , et B une constante qu'on détermine à partir des conditions initiales.

$$q(t_1) = B = CE(1 - \exp(-\frac{t_1}{RC}))$$

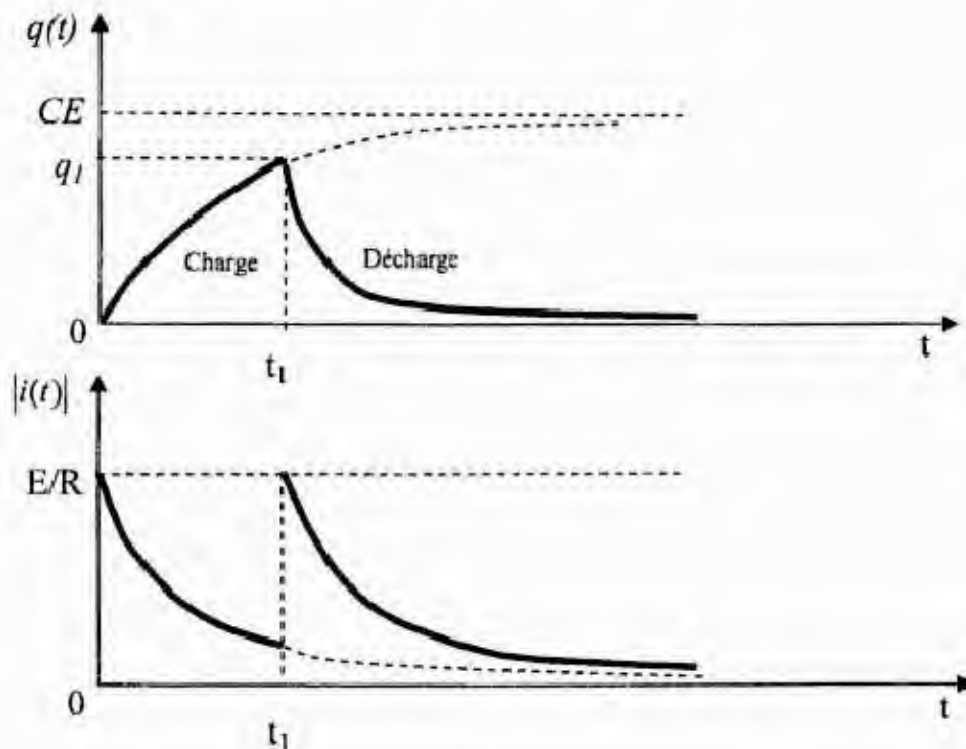
soit

$$q(t) = CE(1 - \exp(-\frac{t_1}{RC})) \exp(-\frac{t}{RC})$$

et

$$|i(t)| = \frac{E}{R} (1 - \exp(-\frac{t_1}{RC})) \exp(-\frac{t}{RC})$$

La représentation graphique de $q(t)$ et de $i(t)$ est la suivante :





ETU SUP.com

Programmmation
Cours
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Livres
Exercices
Contrôles Continus
Langues
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Chimie Organique
Informatique
Optique
Chimie
Algèbre
Corrigés
Mathématiques
Mécanique
Travaux Pratiques
Droit

et encore plus..